

**Дмитриевский В.А., Гоман В. В., Прахт В.А., Сарапулов Ф.Н.**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВКИ**  
**ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК**

*emf2010@mail.ru*

*ГОУ ВПО "УГТУ-УПИ имени первого Президента России*

*Б.Н.Ельцина"*

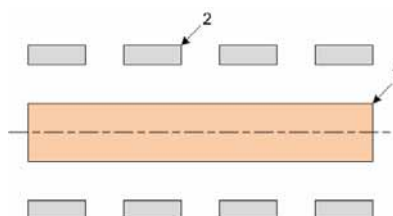
*г. Нижний Тагил*

*Статья посвящена математическому моделированию процессов, возникающих при индукционном нагреве цилиндрических заготовок. Результаты работы могут быть использованы при проектировании установок индукционного нагрева и в образовательных целях для проведения лабораторных и компьютерных практикумов по исследованию индукционных установок студентами соответствующих специальностей.*

*The paper is concerned with mathematical modelling of the processes taking place during induction heating of rounds. Results of work can be used at designing of installations of induction heating and in the educational purposes for carrying out of laboratory and computer practical works on research of induction installations by students of corresponding specialities.*

Установки индукционного нагрева (УИН) широко используются в металлургических технологиях. Значительное распространение УИН получили в промышленности при нагреве изделий перед редуцированием и другими видами пластической обработки.

Схема исследуемой конструкции системы «индуктор – нагреваемая заготовка» приведена на рис. 1.



*Рис. 1 Схема установки индукционного нагрева цилиндрических заготовок*

Цилиндрическая заготовка (1) находится в установке индукционного нагрева, обмотка которой представлена в виде цилиндрических колец (2). Нагрев заготовки осуществляется изменением подаваемой в индуктор мощности (напряжения).

Процесс индукционного нагрева металла описывается системой уравнений Максвелла и уравнением теплопроводности соответственно для электромагнитного и температурного полей. Анализ электромагнитных процессов можно значительно упростить, если поля, входящие в уравнения Максвелла, представить в функции векторного потенциала и ввести следующие допущения (общепринятые при моделировании процессов индукционного нагрева металла токами высокой частоты в цилиндрических

индукторах): пренебрегаем токами смещения; анализ ведем в двумерной постановке в осесимметричном приближении.

С учетом принятых допущений система уравнений, описывающая электромагнитные и тепловые процессы при нагреве осесимметричной цилиндрической заготовки, запишется следующим образом

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial}{\partial r} (rA) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} (A) \right) = -J$$

$$c\rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q, \quad (1)$$

дополняемой необходимой системой краевых условий. Здесь

$A = A(x, r, t)$  - азимутальная составляющая амплитуды векторного магнитного потенциала;  $\sigma$  - электропроводность;  $c$  - теплоемкость,  $\rho$  - плотность,  $\lambda$  - теплопроводность,  $\mu_0$  - магнитная проницаемость вакуума,  $J = J(x, r, t)$  - амплитуда плотности тока;  $T = T(x, r, t)$  - температура заготовки;  $r, x$  - пространственные координаты.

Связь между плотностью тока и напряженностью можно найти через закон Ома

$$(E_{стор} + E_{навед}) \cdot \sigma = J, \quad (2)$$

здесь  $E_{навед} = -\sigma \cdot \partial A / \partial t$  – наведенная напряженность электрического поля;  $E_{стор} = E_{стор}(x, r, t)$  – напряженность электрического поля, создаваемая сторонними источниками (зависит от приложенного напряжения к зажимам индуктора, геометрии индуктора и схемы соединения обмотки). Для однослойной однофазной обмотки имеем

$$E_{стор} = U / L, \quad (3)$$

где  $U = U(t)$  – напряжение на зажимах индуктора,  $L$  – длина обмотки индуктора.

Процесс нагрева осуществляется индуцируемыми электромагнитной волной внутренними источниками тепла, объемную плотность которых  $Q$  можно определить из следующего выражения

$$Q = \frac{\sigma \cdot |A \cdot (+i) \cdot \omega|^2}{2}. \quad (4)$$

Далее в тексте для обозначения величины  $Q$  будем использовать термин «мощность источников тепла».

В общем случае коэффициенты системы уравнений (1), описывающих электромагнитные и тепловые процессы, имеют сложную зависимость от температуры нагреваемого изделия.

Электропроводность стали может задаваться таблично или аналитически, с помощью следующей зависимости

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{(1 + k_\sigma \cdot (T - T_0))}, \quad (5)$$

где  $k_\sigma$  – электропроводность материала нагреваемой заготовки при температуре  $T_0$ ,  $\sigma_0$  – коэффициент, учитывающий влияние температуры на электропроводность.

Решение системы уравнений (1) возможно только численными методами. Вычислительный эксперимент производился на основе метода конечных элементов с использованием программы Comsol 3.4 при следующих заданных параметрах:  $U = 50 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$  – напряжение на зажимах индуктора;  $Q_w = 4$  – число витков индуктора;  $R_1 = 0.1$  – внутренний радиус индуктора (м);  $R_2 = 0.08$  – внешний радиус нагреваемого металла (м);  $R_3 = 0.015$  – внутренний радиус нагреваемого металла (м);  $L_{ind} = 0.27$  – длина индуктора (м). Удельное электрическое сопротивление, плотность, теплопроводность, теплоемкость заготовки и провода индуктора (медь) задавались в соответствии с [2].

Основные результаты численного моделирования изображены на рис. 2 для момента времени  $t = 20$  (с).

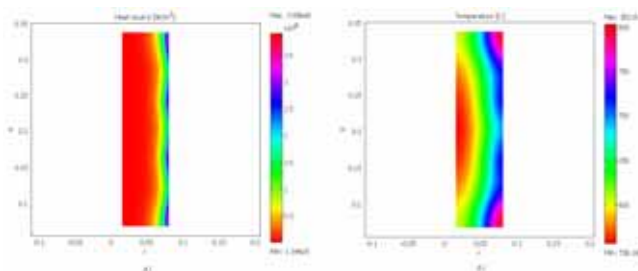


Рис. 2. Результаты расчета мощности источников тепла в зоне нагрева (а) и поля температур в зоне нагрева (б)

Результаты моделирования показывают, что при нагреве заготовки мощность источников тепла распределяется неравномерно по сечению. Эти особенности необходимо учитывать при разработке конструкций УИН и при построении системы управления нагревом.

Результаты работы могут быть использованы при проектировании установок индукционного нагрева и в образовательных целях для проведения лабораторных и компьютерных практикумов по исследованию индукционных установок студентами специальностей «Электротехнологические установки и системы» и «Электрические и электронные аппараты».

- 
- Демидович В.Б. Теория, исследование и разработка индукционных нагревателей для металлургической промышленности. Дис. ... докт. техн. наук: 05.09.10 – СПб., 2002.
  - Физические величины: Справочник /А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др.; Под. ред. И. С. Григорьева - М.: Энергоатомиздат, 1991.